

# ثنائي القطب RL

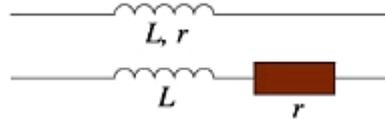
## Le Dipôle RL

### 1- الوشيجة :

#### 1-1- تعريف :



الوشيجة ثنائي قطب يتكون من لفات ، من سلك من النحاس ، غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل للكهرباء .



رمز الوشيجة هو :

حيث  $r$  المقاومة الداخلية للوشيجة .

$L$  معامل التحريض الذاتي للوشيجة ، وحدته في ( ن ، ع ) هي الهنري  $H$

#### 1-2- تأثير الوشيجة في دائرة كهربائية :

ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه ، ثم نغلق قاطع التيار  $K$  .  
أ- هل يتألق المصباحان  $L_1$  و  $L_2$  مباشرة بعد إغلاق الدارة ؟  
لا يتألق المصباحان  $L_1$  و  $L_2$  مباشرة بعد إغلاق الدارة ، بل يتأخر تألق المصباح  $L_2$  عن المصباح  $L_1$  .

ب- كيف تتغير شدة التيار المار في  $L_1$  و  $L_2$  ؟

تتغير  $i_1$  لحظيا بينما تتغير  $i_2$  تدريجيا متأخرة عن  $i_1$  .

ج- ما تأثير الوشيجة عند إقامة التيار الكهربائي ؟

الوشيجة تؤخر إقامة التيار الكهربائي الذي يمر فيها .

د- ماذا يحدث عند فتح الدارة ؟ ما تأثير الوشيجة عند انعدام التيار الكهربائي ؟

يتأخر انطفاء المصباح  $L_2$  عن المصباح  $L_1$  . الوشيجة تؤخر انعدام التيار الكهربائي الذي يمر فيها .

تقاوم الوشيجة إقامة أو انقطاع التيار الذي يجتازها ، وتزداد هذه المقاومة عند إدخال نواة من الحديد المطاوع بداخل الوشيجة .

#### 1-3- التوتير بين مربطي وشيجة :

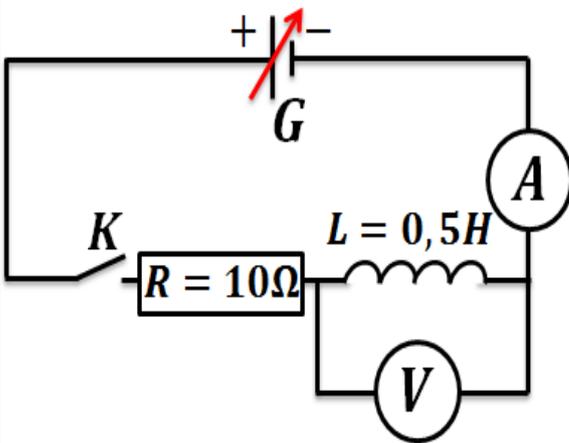
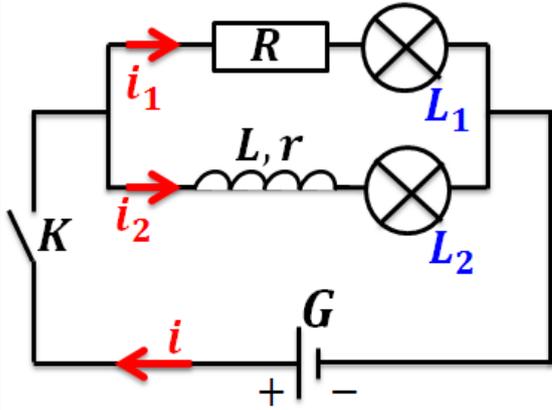
##### 1-3-1- مناقلة 1 :

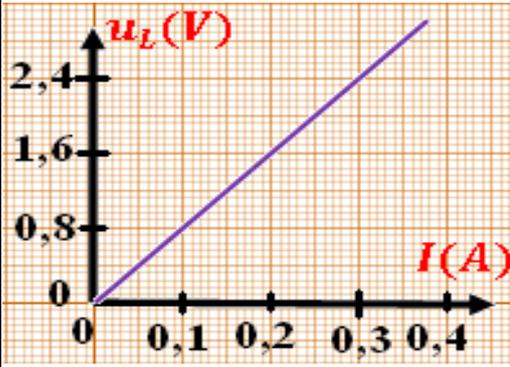
ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه و نغلق قاطع التيار  $K$  .  
تغير قيم التوتير الذي يعطيه المولد ، وفي كل مرة نقيس التوتير  $u_L$  بين مربطي الوشيجة وكذلك شدة التيار  $I$  المار فيه ، فنحصل على النتائج التالية :

$u_L(V)$	0	0,8	1,6	2,4	3,2
$I(A)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4

أ- مثل المنحنى  $u_L$  بدلالة الشدة  $I$  .

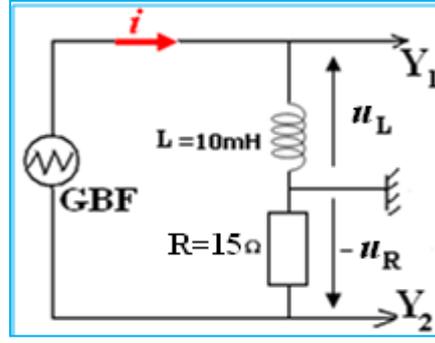
انظر جانبه



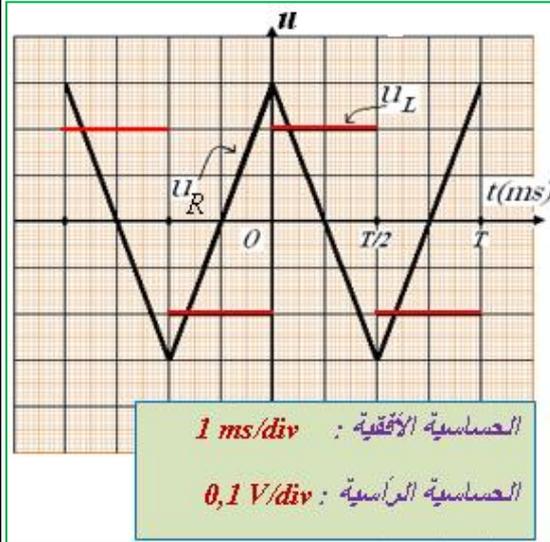


ب- كيف تتصرف الوشيعة في النظام الدائم ( $I = cte$ ) .  
 المنحنى عبارة عن دالة خطية تمر من أصل المعلم تكتب على شكل :  
 $[K] = \frac{[u_L]}{[I]} = \frac{V}{A} = \Omega$  لدينا  $K = \frac{u_L}{I}$  أي  $u_L = K \cdot I$   
 إذن  $K$  لها بعد المقاومة  $r$  وبالتالي  $u_L = r \cdot I$  وتتصرف الوشيعة في النظام الدائم كموصل أومي .

### 2-3-1- مناقلة 2 :



نضبط GBF بحيث يعطي تيارا كهربائيا مثلثيا تردده  $f = 250 \text{ Hz}$  وتوتره الأقصى  $3 \text{ V}$  .  
 ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل جانبه .



أ- ماذا نعاين عند المدخلين  $Y_1$  و  $Y_2$  ؟

نعاين التوتر  $u_L$  في المدخل  $Y_1$  ونعاين التوتر  $-u_R$  في المدخل  $Y_2$  .

ب- لماذا يجب أن يكون هيكل GBF غير مرتبط بمأخذ أرضي ؟  
 سيصبح الموصل الأومي بين هيكليين وبالتالي  $u_R = 0$  .  
 ج- لماذا يمكن المدخل  $Y_2$  من معاينة تغيرات المار في الدارة ؟

حسب قانون أوم  $u_R = -R \cdot i$  أي  $i = -\frac{u_R}{R}$  إذن  $i$  تتناسب اطرادا مع  $u_R$  وبالتالي معاينة  $u_R$  تمكن من معاينة  $i$  .  
 د- نعتبر نصف دور من التذبذبات .  
 بين أن شدة التيار تكتب على الشكل التالي :

$$i = a \cdot t + b$$

بالنسبة لنصف دور ، يعتبر منحنى  $u_R$  دالة تألفية تكتب على شكل  $u_R = a' \cdot t + b'$

ونعلم أن  $u_R = -R \cdot i$  إذن  $i = -\frac{a'}{R} \cdot t - \frac{b'}{R}$  وبالتالي  $i = a \cdot t + b$

حدد قيمة  $a$  .

$$لدينا  $\frac{di}{dt} = a = -\frac{a'}{R}$  ونعلم أن  $a' = \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{2\Delta u_R}{T}$  إذن  $a = -\frac{2\Delta u_R}{R \cdot T} = -\frac{2(-0,3-0,3)}{15 \times 4 \cdot 10^{-3}}$$$

$$إذن  $a = 20 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$$$

حدد مبيانيا قيمة التوتر  $u_L$  .

$$مبيانيا نجد  $u_L = 0,2 \text{ V}$$$

احسب النسبة  $\frac{u_L}{di/dt}$  ، ثم قارنها مع  $L$  معامل تحريض الذاتي للوشيعة المستعملة .

$$لدينا  $\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{0,2}{20} = 10 \text{ mH}$  نلاحظ أن  $L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$$$

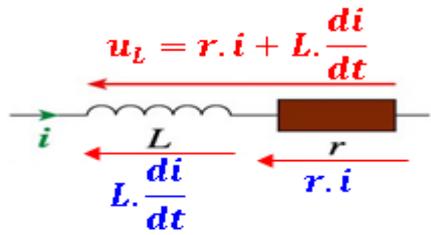
استنتج العلاقة بين  $u_L$  و  $L$  و  $\frac{di}{dt}$  .

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

اعط تعبير التوتر  $u_L$  بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي  $L$  ومقاومتها الداخلية  $r$  .

$$u_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

### 3-3-1- خلاصة :



بالنسبة لوشيعة دون نواة من الحديد ، وفي الاصطلاح مستقبل ، يعبر عن التوتر  $u_L(t)$  بين مربطي وشيعة بالعلاقة :

$$u_L(t) = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

تتصرف الوشيعة في النظام كموصل أومي .

تقاوم الوشيعة إقامة أو انقطاع التيار الذي يجتازها بسبب الجداء  $L \cdot \frac{di}{dt}$  .

### 4-1- استغلال تعبير التوتر بين مربطي وشيعة :

عند إهمال مقاومة الوشيعة ، يصبح التوتر بين مربطيه هو  $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$  .

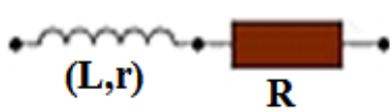
⊕ إذا كانت شدة التيار  $i(t)$  تزايدية ، فإن :  $u_L(t) > 0$  .

⊕ إذا كان تغير شدة التيار سريعا جدا يأخذ الاشتقاق  $\frac{di}{dt}$  قيمة كبيرة جدا و  $u_L(t)$  أيضا تأخذ قيمة

كبيرة ، أي يظهر بين مربطي الوشيعة **فرط توتر** . تستعمل هذه الظاهرة مثلا لإحداث شرارات بين مربطي شمعة المحرك الذي يشتغل بالبنزين ، وفي إضاءة مصابيح النيون ...

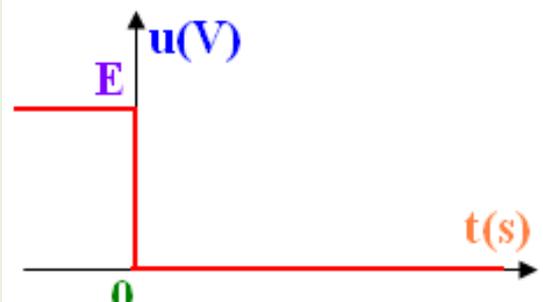
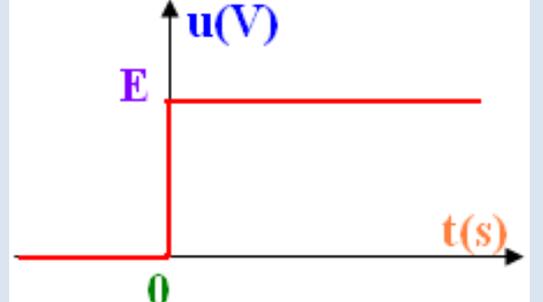
### 2- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر :

#### 1-2- تعاريف :



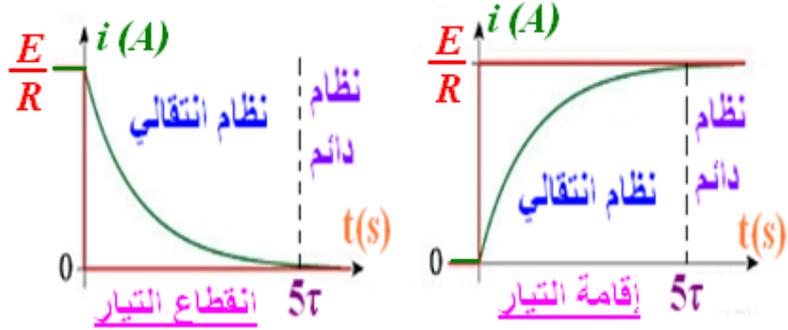
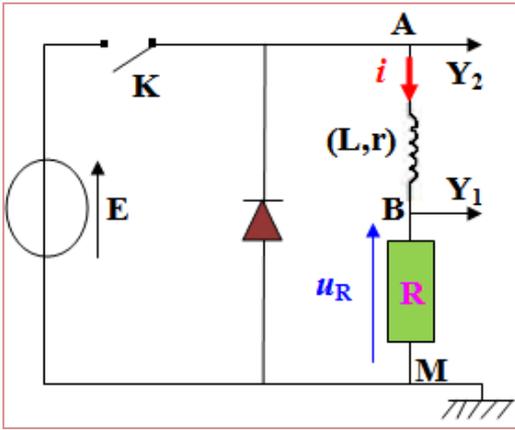
ثنائي القطب RL هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته  $R$  و وشيعة معامل تحريضها الذاتي  $L$  و مقاومتها الداخلية  $r$  .

### رتبة توتر هي إشارة كهربائية $u$ و نميز بين :

رتبة التوتر الصاعدة وتعرف كالتالي :	رتبة التوتر النازلة وتعرف كالتالي :
بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = E$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = 0$	بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = 0$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = E$
	

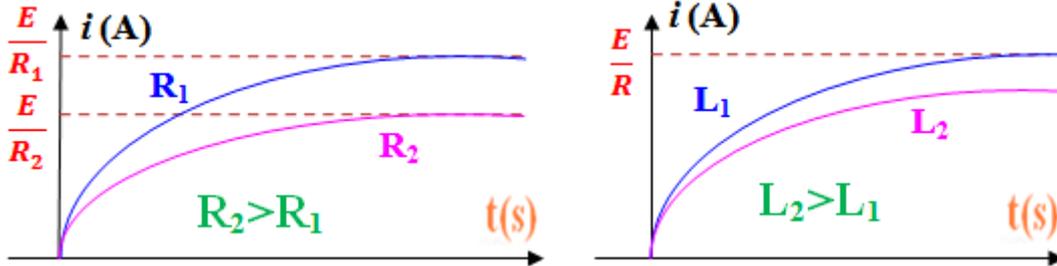
### 2-2- الدراسة التجريبية لاستجابة ثنائي القطب RL :

بانجاز التركيب التجريبي التالي وعند معاينة التوتر  $u_R$  بين مربطي الموصل الأومي ، نحصل على المنحنيات التالية :



نلاحظ :

- التوتر  $u_R$  بين مربطي الموصل الأومي هو صورة لشدة التيار المار في الدارة لأن  $i = \frac{u_R}{R}$  .
- شدة التيار المار في الوشيجة متصلة .
- نميز بين نظامين :
- **النظام الانتقالي** : تتزايد أو تتناقص خلاله شدة التيار أسياً ونحصل عليه عندما تكون  $t < 5\tau$  .
- **النظام الدائم** : نحصل عليه عندما تكون  $t > 5\tau$  وتبقى خلاله شدة التيار ثابتة وقيمتها تساوي  $\frac{E}{R}$  عند إقامة التيار و منعدمة عند انقطاع التيار .
- تتزايد مدة إقامة أو انقطاع التيار كلما زادت قيمة  $L$  أو نقصت قيمة  $R$  . (انظر الشكل التالي)



### 2-3- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر : إقامة التيار

#### 1-3-2- المعادلة التفاضلية :

نعتبر الدارة  $RL$  الممثلة أسفله . عند غلق قاطع التيار  $K$  في اللحظة  $t = 0$  ، يأخذ التوتر  $u_{AM}$  بين مربطي الدارة القيمة  $E$  (رتبة صاعدة للتوتر) .

لدينا حسب قانون إضافية التوترات :  $u_R + u_L = E$

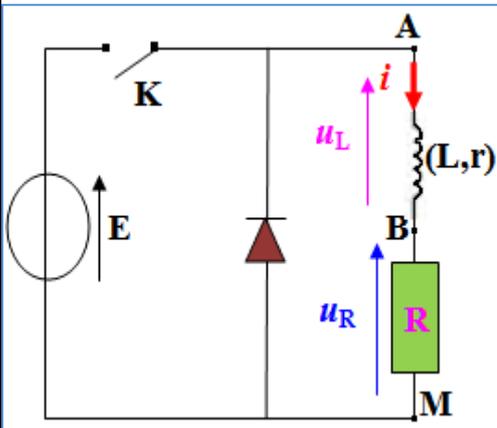
وحسب قانون أوم :  $u_R = R \cdot i$  ولدينا  $u_L(t) = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$

وبالتالي  $Ri + r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = E$

نضع  $R_t = R + r$  إذن  $\frac{di}{dt} + R_t \cdot i = \frac{E}{L}$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_t}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار هي



**2-3-2- حل المعادلة التفاضلية :**

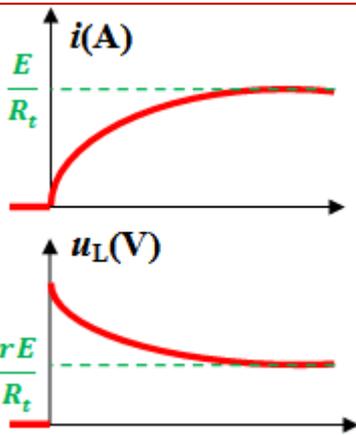
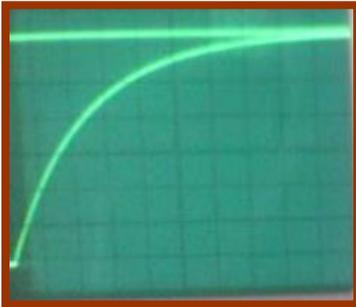
نقبل أن حل المعادلة التفاضلية  $\frac{di}{dt} + \frac{R_t}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$  يكتب على الشكل التالي :  $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$  مع  $A$  و  $B$  و  $\alpha$  ثابت .

لدينا  $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$  وبالتالي  $\frac{di}{dt} = -\alpha \cdot A \cdot e^{-\alpha t}$  ونعوضها في المعادلة التفاضلية فنجد :  $(R_t - L \cdot \alpha) \cdot A \cdot e^{-\alpha t} = E - R_t \cdot B$  إذن  $-L \cdot \alpha \cdot A \cdot e^{-\alpha t} + R_t \cdot A e^{-\alpha t} + R_t \cdot B = E$  علما أن  $A \neq 0$  ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت  $t$  يجب أن يكون :

$$i(t) = Ae^{-\frac{R_t}{L}t} + \frac{E}{R_t} \quad \text{وبالتالي} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{R_t}{L} \\ B = \frac{E}{R_t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_t - L \cdot \alpha = 0 \\ E - R_t \cdot B = 0 \end{cases}$$

بما أن شدة التيار  $i(t)$  دالة متصلة و حسب الشروط البدئية فإن  $i(t_0) = 0$

إذن  $i(t_0) = A + \frac{E}{R_t} = 0$  أي  $A = -\frac{E}{R_t}$  وبالتالي  $i(t) = -\frac{E}{R_t} e^{-\frac{R_t}{L}t} + \frac{E}{R_t}$



**نضع  $\tau = \frac{L}{R_t}$**

تعبير شدة التيار المار في  $RL$  هو  $i(t) = \frac{E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

بما أن  $u_L(t) = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$  فإن تعبير التوتر بين مربطي الوشيجة هو  $u_L(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

نلاحظ أن التوتر  $u_L(t)$  غير متصل عند اللحظة  $t = 0$  .  
عندما تكون  $r$  مهمة أمام  $R$  ، يصبح تعبير التوتر بين مربطي الوشيجة هو  $u_L(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

**2-3-3- ثابتة الزمن  $\tau$  :**

لدينا بالنسبة لوشيجة مقاومتها الداخلية مهمة :  $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$  و  $\tau = \frac{L}{R}$

إذن  $[u_L] = \frac{[L] \cdot [I]}{[t]}$  وبالتالي  $[L] = \frac{[U] \cdot [t]}{[I]}$  ونعلم أن  $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

إذن  $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U] \cdot [t]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [t]$  إذن  $[\tau] = [t]$  أي أن  $\tau$  بُعد الزمن .

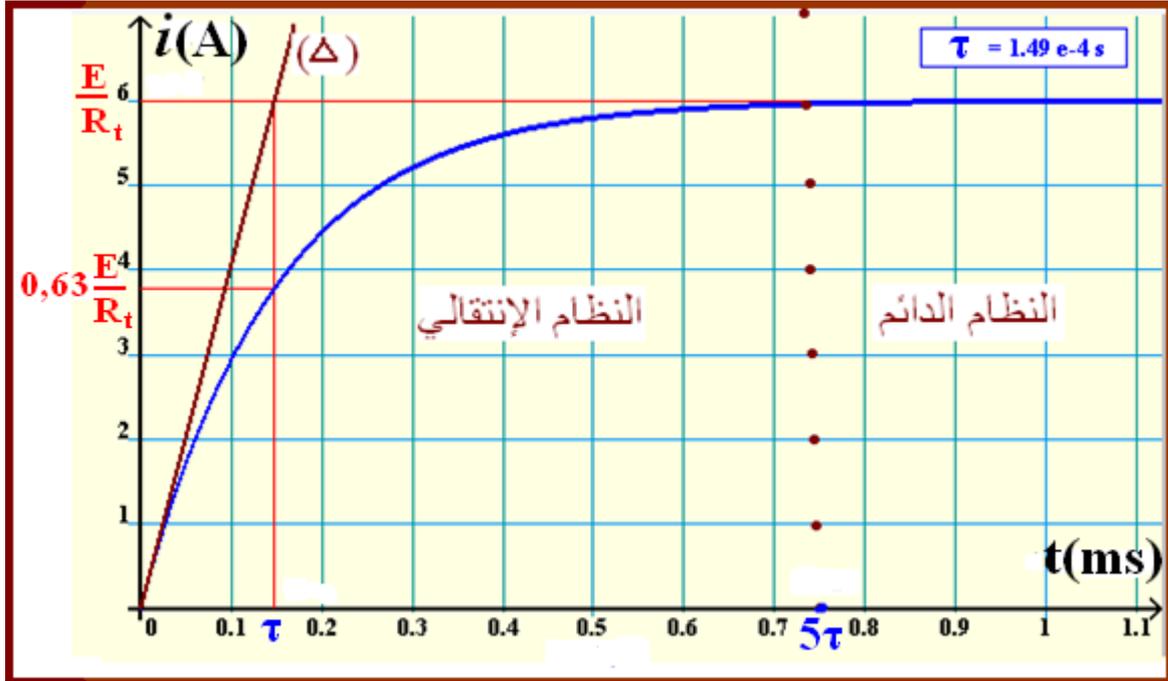
نسمي المقدار  $\tau = \frac{L}{R_t}$  ثابتة الزمن لثاني القطب  $RL$  ، لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في ( ن ، ع ) هي الثانية s .

**يمكن تحديد قيمة  $\tau$  :**

بمعرفة  $L$  و  $R_t$  فنحسب  $\tau = \frac{L}{R_t}$  .

لدينا  $i(\tau) = \frac{E}{R_t} (1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{E}{R_t}$  إذن  $\tau$  هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب  $0,63 \frac{E}{R_t}$  .

$\tau$  هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى  $i = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  والمقارب  $i = \frac{E}{R_t}$  .



**4-2- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة نازلة للتوتر : انقطاع التيار**  
**1-4-2- المعادلة التفاضلية :**

عند فتح الدارة يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب RL من القيمة  $E$  إلى القيمة  $0$ .  
 نعتبر الصمام ذي وصلة مؤمئلا ( $u_S = 0$ ) و حسب قانون

إضافية التوترات  $u_R + u_L = u_S = 0$

ومنه فإن  $Ri + L \frac{di}{dt} = 0$

يعني  $L \frac{di}{dt} + R_t \cdot i = 0$  مع  $R_t = R + r$

المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار  $i$  عند انقطاع التيار

هي  $\tau \frac{di}{dt} + i = 0$  مع  $\tau = \frac{L}{R_t}$  ثابتة الزمن .

**2-4-2- حل المعادلة التفاضلية :**

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية  $\tau \frac{di}{dt} + i = 0$  يكتب على الشكل

التالي :  $i(t) = Ae^{-at} + B$  مع  $A$  و  $B$  و  $\alpha$  ثوابت .

لدينا  $i(t) = Ae^{-at} + B$  وبالتالي  $\frac{di}{dt} = -\alpha \cdot A \cdot e^{-at}$

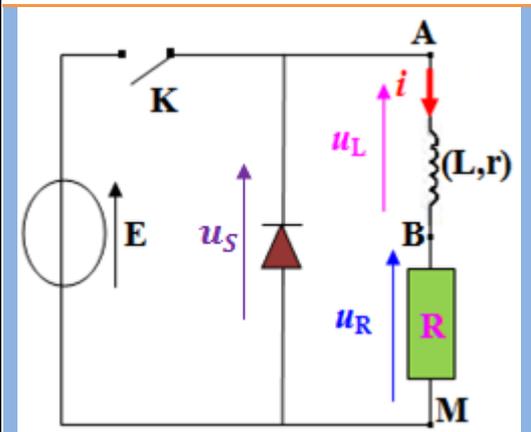
ونعوضها في المعادلة التفاضلية فنجد :

$$-\tau \cdot \alpha \cdot A \cdot e^{-at} + Ae^{-at} + B = 0$$

$$(1 - \tau \cdot \alpha) \cdot A \cdot e^{-at} = -B \quad \text{إذن}$$

علما أن  $A \neq 0$  ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت  $t$  يجب أن يكون :

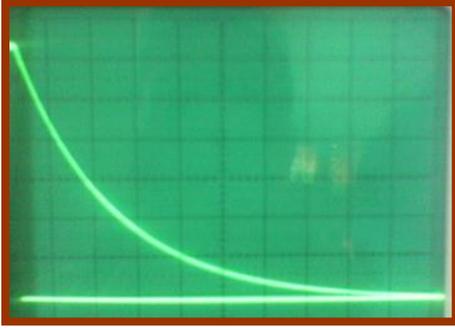
$$i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{وبالتالي} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\tau} \\ B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \tau \cdot \alpha = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$



عند فتح الدارة ينتج فرط توتر في الدارة ،  
 وتظهر معه شرارة كهربائية على مستوى  
 قاطع التيار لتبقي شدة التيار متصلة ، وقد  
 يؤدي إلى إتلاف بعض أجزاء الدارة .  
 ولتفادي ذلك ، نضيف للدارة صماما ذي  
 وصلة نسميه في هذا التركيب "صمام  
 العجلة الحرة".

بما أن شدة التيار  $i(t)$  دالة متصلة و حسب الشروط البدئية فإن  $i(t_0) = \frac{E}{R_t}$  إذن  $i(t_0) = A = \frac{E}{R_t}$

$$i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ وبالتالي } A = \frac{E}{R_t} \text{ أي}$$



تعبير شدة التيار  $i$  عند انقطاع التيار هي  $i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن  $u_L(t) = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$  فإن تعبير التوتر بين مربطي

$$u_L(t) = E \cdot \left( \frac{r}{R_t} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ الوشعة } u_L$$

نلاحظ أن التوتر  $u_L(t)$  غير متصل عند اللحظة  $t = 0$ .

يتزايد التوتر أسيا من القيمة  $E \cdot \left( \frac{r}{R_t} - 1 \right)$  إلى أن يندم.

### 3-4-2- ثابتة الزمن $\tau$ :

نسمي المقدار  $\tau = \frac{L}{R_t}$  ثابتة الزمن لثنائي القطب RL ، لأن لها بُعد

الزمن ، وحدتها في ( ن ، ع ) هي الثانية s .

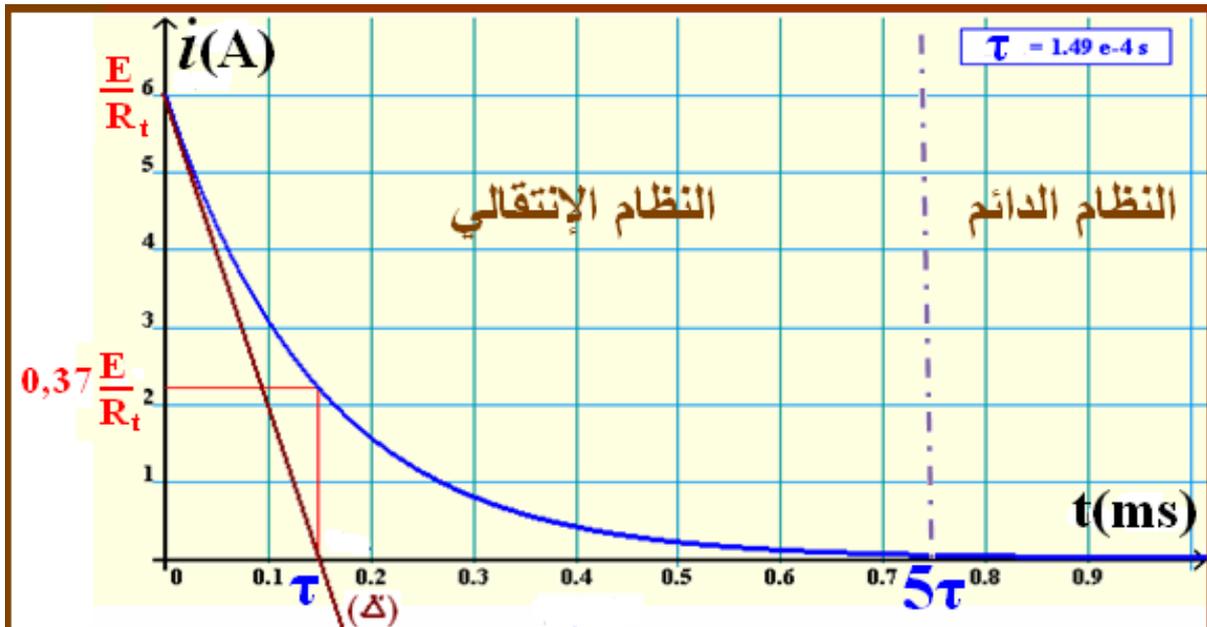
### يمكن تحديد قيمة $\tau$ :

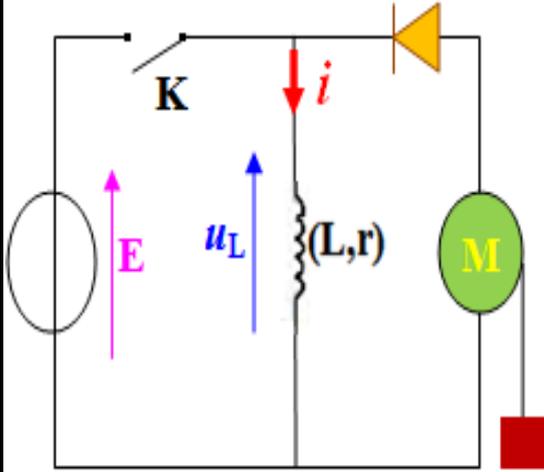
بمعرفة  $L$  و  $R_t$  فنحسب  $\tau = \frac{L}{R_t}$

لدينا  $i(\tau) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{\tau}{\tau}} = \frac{E}{R_t} e^{-1} = 0,37 \frac{E}{R_t}$  حيث  $\tau$  هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب

$$0,37 \frac{E}{R_t}$$

$\tau$  هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى  $i = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  ومحور الأفاصيل.





#### 4- الطاقة المخزونة في الوشيعه :

##### 4-1- الإبراز التجريبي :

نعتبر التركيب المستعمل جانبه .

☞ عند غلق قاطع التيار ، يمر تيار كهربائي في الوشيعه

ويمنع الصمام المستقطب في المنحى المعاكس مرور التيار في المحرك .

☞ عند فتح قاطع التيار ، يمر تيار في المحرك فيدور . لقد

زودت الوشيعه المحرك بالطاقة المغنطيسية التي خزنتها .

☞ تزداد الطاقة المخزونة في الوشيعه عند زيادة شدة التيار

المر فيها أو عند زيادة معامل تحريضها .

##### 4-2- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف :

القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف الوشيعه عندما يكون قاطع التيار مغلقا هي :

$$\mathcal{P} = u_L \cdot i = r \cdot i^2 + i \cdot L \cdot \frac{di}{dt} = r \cdot i^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L \cdot i^2 \right) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_m$$

مع  $\mathcal{P}_{th} = r \cdot i^2$  القدرة الحرارية المبددة بمفعول جول

و  $\mathcal{P}_m = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)$  القدرة المغنطيسية المخزونة في الوشيعه

ونعلم أن  $\mathcal{P}_m = \frac{dE_m}{dt}$  إذن  $E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 + K$  مع  $K$  ثابتة

عند اللحظة  $t = 0$  لدينا  $i(0) = 0$  و  $E_m = 0$  إذن  $K = 0$  وبالتالي  $E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2$

إن تخزين الطاقة و تفرغها في وشيعه لا يتم بشكل أي ، وبالتالي تكون شدة التيار المر في وشيعه

$$i = \sqrt{\frac{2E_m}{L}} \text{ متصلة}$$